

## 2. Fluidi reali e fluidi ideali

Una folata di vento, il corso di un torrente, la cascata di un fiume, la benzina che esce da una pompa, un mulinello d'acqua: sono tutti esempi di fluidi in moto. L'enorme varietà dei fluidi e dei loro moti fa sì che la fluidodinamica sia un capitolo estremamente complesso della fisica. Sebbene i fluidi siano costituiti microscopicamente da particelle, di cui conosciamo le semplici leggi dinamiche, non sempre – anzi solo in pochi casi – possiamo *derivare* da queste leggi fondamentali quelle che regolano il comportamento collettivo di un fluido. Per molti aspetti, quindi, la fluidodinamica è un campo di ricerca ancora aperto. Ad esempio, i fenomeni di turbolenza non sono a tutt'oggi pienamente compresi e rappresentano un importante argomento di studio per fisici teorici e sperimentali.

Per affrontare l'argomento, conviene introdurre un modello semplificato, valido solo approssimativamente: il modello del **fluido ideale**.

Un fluido ideale gode, per definizione, delle seguenti proprietà:

- 1) è *incompressibile*, cioè il suo volume non varia in seguito a una variazione di pressione;
- 2) è *non viscoso*, cioè le sue parti possono scorrere le une sulle altre senza attrito interno (viscosità).

Come si comportano i fluidi reali? Per ciò che riguarda la prima proprietà, occorre distinguere tra liquidi e gas. I liquidi reali, infatti, sono con ottima approssimazione incompressibili, mentre lo stesso non si può evidentemente dire dei gas.

Quanto alla seconda proprietà, i liquidi reali presentano sempre un certo grado di viscosità; solo quando la viscosità non influisce in maniera determinante sul loro moto essi si avvicinano al modello di fluido ideale.

Occorre dire che la distinzione tra fluidi reali e fluidi ideali è importante solo in un contesto dinamico (ed è per questo che la stiamo tracciando qui). Da un punto di vista statico, infatti, fluidi reali e fluidi ideali si comportano nello stesso modo.

Dobbiamo infine fare un'ulteriore ipotesi semplificativa: supporre che il flusso del fluido sia *stazionario*, cioè che la velocità in ogni punto non vari nel tempo (ma sia in generale diversa da punto a punto).

Sotto questa condizione è possibile ricavare, come vedremo nei prossimi due paragrafi, alcune importanti relazioni che descrivono il moto di un fluido ideale. Il moto dei fluidi viscosi sarà trattato invece nel [paragrafo 5](#).



Il miele è un fluido altamente viscoso. Il tranquillo corso di un fiume è un esempio di moto stazionario di un fluido pressoché ideale, l'acqua. Infine, un vortice è caratterizzato da un moto turbolento.

### 3. Flusso di un fluido e continuità

Supponiamo di voler innaffiare il giardino, ma di non avere un ugello nebulizzatore all'estremità del tubo. Senza nebulizzatore l'acqua esce dal tubo piuttosto lentamente e raggiunge il terreno a una distanza di non oltre mezzo metro. Se però mettiamo un dito sull'estremità del tubo, chiudendo l'apertura fino a farla diventare molto piccola, l'acqua viene spruzzata con una velocità più alta e molto più lontano. Perché ridurre l'apertura del tubo produce questo effetto?

Per rispondere a questa domanda, iniziamo considerando un semplice sistema che si comporta allo stesso modo. Immaginiamo che un fluido scorra con velocità di modulo  $v_1$  all'interno di un condotto cilindrico la cui sezione ha area  $A_1$ , come nella parte sinistra della figura 2. Se il condotto si restringe a una sezione di area  $A_2$  minore di  $A_1$ , come nella parte destra della figura 2, il fluido scorrerà in questa parte di condotto con una nuova velocità di modulo  $v_2$ .



◀ **FIGURA 2** Flusso di un fluido attraverso un condotto di diametro variabile

Quando un fluido scorre da un condotto più grande a uno più piccolo, la stessa quantità di fluido passa per un dato punto in un determinato intervallo di tempo. Perciò, il modulo della velocità nel condotto più piccolo è maggiore di quello nel condotto più grande.

Possiamo determinare la velocità nella sezione più piccola del condotto, supponendo che la quantità di fluido che passa dal punto 1 in un dato tempo  $\Delta t$ , debba anche passare dal punto 2 nello stesso tempo. Se così non fosse, il sistema acquisterebbe o perderebbe una certa quantità di fluido.

Per calcolare la massa di fluido che passa dal punto 1 nel tempo  $\Delta t$ , osserviamo che il fluido in questo intervallo di tempo percorre una distanza  $v_1\Delta t$ ; di conseguenza, il volume del fluido che passa dal punto 1 è:

$$\Delta V_1 = A_1 v_1 \Delta t$$

Quindi, la massa di fluido che passa dal punto 1 è:

$$\Delta m_1 = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$$

Analogamente, la massa di fluido che passa dal punto 2 nel tempo  $\Delta t$  è:

$$\Delta m_2 = \rho_2 \Delta V_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

Osserviamo che il fluido può avere densità diverse nei punti 1 e 2.

Infine, uguagliando le due masse, otteniamo la relazione fra  $v_1$  e  $v_2$ :

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \rightarrow \rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

Semplificando  $\Delta t$  otteniamo una importante relazione, che prende il nome di **equazione di continuità**:

#### Equazione di continuità

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Molti gas si possono comprimere facilmente e questo significa che la loro densità può variare. La maggior parte dei liquidi, invece, è praticamente incompressibile, perciò la loro densità rimane essenzialmente costante. Salvo diverso avviso, assumeremo che tutti i liquidi trattati in questo testo siano perfettamente incompressibili. Perciò, per i liquidi,  $\rho_1$  e  $\rho_2$  sono uguali e l'equazione di continuità si riduce alla seguente:

#### Equazione di continuità per un fluido incompressibile

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



▲ Riducendo l'apertura del tubo con un ugello o con le dita, si aumenta la velocità di flusso dell'acqua, come previsto dall'equazione di continuità.

Una importante conseguenza dell'equazione di continuità per un fluido incompressibile è che la velocità del fluido che scorre in un condotto è maggiore dove la sezione del condotto è più piccola e minore dove la sezione è più grande.

La quantità  $Av$ , che rappresenta il volume di fluido che passa attraverso la sezione di area  $A$  in un intervallo di tempo  $\Delta t$ , è anche detta **portata**:

#### Portata, $Q$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$$

Nel SI si misura in metri cubi al secondo ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

#### ATTENZIONE



#### Continuità di flusso

La velocità di un fluido incompressibile è inversamente proporzionale all'area attraverso la quale esso fluisce.

L'equazione di continuità può quindi anche essere espressa dicendo che *la portata di un fluido lungo un condotto è costante*.

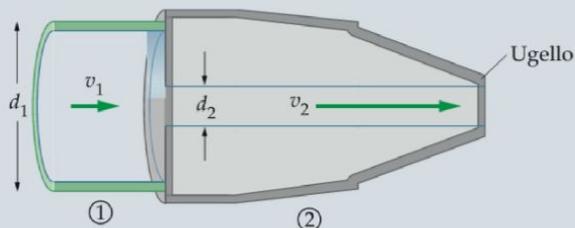
Applicheremo ora l'equazione di continuità al caso dell'acqua che scorre attraverso l'ugello di una manichetta antincendio.

### 1. PROBLEMA Manichetta antincendio I

Dell'acqua scorre in una manichetta antincendio di diametro 9,6 cm con una velocità di 1,3 m/s. All'estremità del tubo l'acqua esce attraverso un ugello di diametro 2,5 cm. Qual è la velocità dell'acqua che esce dall'ugello?

#### DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

Nella figura indichiamo il modulo della velocità dell'acqua nella manichetta con  $v_1$  e quello della velocità dell'acqua che esce dall'ugello con  $v_2$ . Sappiamo che  $v_1 = 1,3 \text{ m/s}$ . Conosciamo il diametro della manichetta,  $d_1 = 9,6 \text{ cm}$  e il diametro dell'ugello,  $d_2 = 2,5 \text{ cm}$ .



#### STRATEGIA

Possiamo calcolare la velocità dell'acqua nell'ugello applicando l'equazione di continuità  $A_1v_1 = A_2v_2$ . Inoltre, assumiamo che la manichetta e l'ugello abbiano sezione circolare; quindi la loro area è data da  $A = \pi d^2/4$ , essendo  $d$  il diametro.

#### SOLUZIONE

Dall'equazione di continuità ricaviamo la velocità  $v_2$  dell'acqua nell'ugello:

$$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2}$$

Sostituiamo le aree con  $A = \pi d^2/4$ :

$$v_2 = v_1 \frac{\pi d_1^2/4}{\pi d_2^2/4} = v_1 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

Sostituiamo i valori numerici:

$$v_2 = v_1 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = (1,3 \text{ m/s}) \left( \frac{9,6 \text{ cm}}{2,5 \text{ cm}} \right)^2 = 19 \text{ m/s}$$

#### OSSERVAZIONI

Notiamo che un ugello di piccolo diametro può dare una velocità molto alta; infatti la velocità è inversamente proporzionale al quadrato del diametro dell'ugello.

#### PROVA TU

Che diametro deve avere l'ugello perché l'acqua in uscita abbia una velocità di 21 m/s?

[ $d_2 = 2,4 \text{ cm}$ ]

- 4 Prevedi/Spiega** Entri in ascensore tenendo in mano un bicchiere pieno d'acqua. Dopo un attimo l'ascensore si muove verso l'alto con accelerazione costante.
- Durante il periodo di accelerazione la pressione esercitata sul fondo del bicchiere è maggiore, minore o uguale a quella esercitata quando l'ascensore è fermo?
  - Quale fra le seguenti è la *spiegazione migliore* per la risposta?
    - La velocità diretta verso l'alto si oppone all'aumento della pressione.
    - La quantità di liquido è sempre uguale, quindi la pressione che esso esercita rimane costante.
    - Poiché l'ascensore accelera verso l'alto, il peso apparente e quindi la pressione sono maggiori rispetto al caso dell'ascensore fermo.

[a] maggiore; b) la 3); la 1) e la 2) sono false]

- 5 In ascensore** Nel caso del problema precedente, supponi che il bicchiere d'acqua sia riempito fino a un'altezza di 6,9 cm e che la velocità dell'ascensore, diretta verso l'alto, aumenti da 0 a 2,4 m/s in 3,2 s. Calcola la variazione della pressione esercitata sul fondo del bicchiere quando l'ascensore accelera.

[ $\Delta p = 52 \text{ Pa}$ ]

- 6 Peso apparente in acqua** Una persona pesa 756 N nell'aria e ha una percentuale di grasso corporeo del 28,1%.
- Qual è la densità media del corpo di questa persona?
  - Qual è il volume del suo corpo?
  - Calcola il peso apparente di questa persona quando è completamente immersa nell'acqua.

[a]  $1,04 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ; b)  $0,0745 \text{ m}^3$ ; c) 26 N]

- 7 Esprimenti nello spazio** Hai progettato un veicolo per l'esplorazione spaziale. Nel veicolo hai sistemato un'apparecchiatura formata da un recipiente cilindrico che contiene al suo interno una colonna d'olio alta 1,50 m; nel tuo laboratorio la differenza di pressione tra la sommità e la base della colonna è 0,125 atm.
- Qual è la densità dell'olio?
  - Se il tuo veicolo si trovasse su Marte, dove l'accelerazione di gravità è 0,379g, quale sarebbe la differenza di pressione tra la sommità e la base della colonna d'olio?

[a]  $864 \text{ kg/m}^3$ ; b)  $0,0475 \text{ atm}$ ]

- 8 Giochi in piscina** La massa di Paolo è 81 kg e il suo volume è  $0,089 \text{ m}^3$ . Qual è il volume della parte del suo corpo che emerge dall'acqua quando Paolo galleggia in piscina? Se Francesca lo spinge con una forza diretta verso l'alto, la parte emersa di Paolo aumenta di  $0,00818 \text{ m}^3$ . Qual è il modulo della forza esercitata da Francesca?

[ $0,008 \text{ m}^3$ ; 18 N]



**Flusso di un fluido e continuità**

- 9** Dell'acqua scorre in un tubo con una velocità di 2,1 m/s. Determina il flusso in kg/s, sapendo che il diametro del tubo è 3,8 cm.

[2,4 kg/s]

- 10 Prevedi/Spiega** Osserva l'acqua che esce dal rubinetto di una fontanella e cade verso terra (il moto non deve essere turbolento).
- La sezione del "tubo d'acqua" si allarga, si restringe o resta costante mano a mano che l'acqua scende verso terra?
  - Quale fra le seguenti è la *spiegazione migliore* per la risposta?
    - Perché la velocità dell'acqua aumenta a causa dell'accelerazione di gravità e dunque per l'equazione di continuità la sezione del "tubo d'acqua" deve diminuire.
    - Perché la pressione aumenta mano a mano che l'acqua si avvicina al suolo.
    - Perché la velocità dell'acqua diminuisce a causa dell'attrito.

[a] si stringe; b) la 1); la 2) e la 3) sono false]

- 11 Innaffiare il giardino** Per innaffiare il giardino usi un tubo di gomma del diametro di 3,4 cm. L'acqua esce dal tubo con una velocità di 1,1 m/s. Se blocchi parzialmente l'estremità del tubo in modo che il diametro effettivo diventi 0,57 cm, con quale velocità l'acqua verrà spruzzata dal tubo?

[39 m/s]

- 12 Quanto sangue pompa il cuore?** Quando sei a riposo, il tuo cuore pompa il sangue con una portata di 5,00 litri al minuto. Calcola il volume e la massa di sangue pompato dal cuore in un giorno.

[7200 litri e 7630 kg al giorno]

- 13 Riempire una piscina** Per riempire una piscina gonfiabile per bimbi, Corrado usa un tubo da giardino con un diametro di 2,9 cm. L'acqua fluisce dal tubo con una velocità di 1,3 m/s. Quanto tempo impiegherà Corrado a riempire la piscina, se questa ha forma circolare con diametro interno di 2,0 m ed è profonda 26 cm?

[16 min]

**14 PROBLEMA GUIDATO**

**Velocità del sangue nelle arterie e nei capillari** Una tipica arteriola ha un diametro di 0,030 mm e trasporta sangue con una portata di  $5,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{s}$ .

- Qual è la velocità del sangue in un'arteriola?
- Supponi che un'arteriola si ramifichi in 340 capillari, ognuno dei quali ha un diametro di  $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . Qual è la velocità del sangue nei capillari?

**SOLUZIONE**

- a) Poni  $Q = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{s}$  e  $d_a = 0,030 \text{ mm}$ . Calcola la velocità del sangue all'interno dell'arteriola utilizzando la formula della portata:

$$v_a = \frac{Q}{A_a} = \frac{Q}{\pi \left(\frac{d_a}{2}\right)^2} = \frac{5,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{s}}{\pi \left(\frac{3,0 \cdot 10^{-3} \text{ cm}}{2}\right)^2} = 0,78 \text{ cm/s}$$

- b) Utilizza l'equazione di continuità per un fluido incompressibile, tenendo conto che  $n = 340$  e  $d_c = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ :

$$Q = A_a V_a = n A_c v_c$$

e da essa ricava  $v_c$ :

$$v_c = \frac{Q}{n A_c} = \frac{Q}{n \pi \left(\frac{d_c}{2}\right)^2} = \frac{5,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{s}}{340 \pi \left(\frac{4,0 \cdot 10^{-4} \text{ cm}}{2}\right)^2} = 0,13 \text{ cm/s}$$